|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Funciones |
| **Código de guion** | MA\_G09\_04\_CO |
| **Descripción** | Las matemáticas se encuentran en la vida cotidiana, en la naturaleza, en las ciencias, de manera explícita y de manera implícita, ejemplo de ello son las funciones matemáticas, ellas modelan situaciones de la vida cotidiana, de la naturaleza, de las ciencias y de la misma matemática, te invitamos a que conozcas que son las funciones sus características sus representaciones y sus propiedades. |

La función no solo se trabaja y se desarrolla en las matemáticas sino en otras ciencias, en algunas disciplinas y también en algunas situaciones la vida cotidiana, esto se debe a una de sus principales características que es la de modelar.

[SECCIÓN 1] **1. El concepto de función**

Se puede definir de una manera generar cuando una magnitud o variable depende de otra magnitud o variable por medio de una relación que a cada valor de la primera variable le asigna un único valor de la segunda variable, a esta relación se le llama **función,**  es decir si se tiene dos conjuntos, el conjunto A y el conjunto B, a cada elemento del conjunto A se le asigna por medio de una relación un único elemento del conjunto B, estos conjuntos puede ser (numéricos o no numéricos, finitos o infinitos)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_IMG01 |
| **Descripción** | Casa |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/52627/52627,1328550379,10/stock-vector-vector-illustration-of-cool-detailed-red-house-icon-isolated-on-white-background-94498447.jpg>  http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/52627/52627,1328550379,10/stock-vector-vector-illustration-of-cool-detailed-red-house-icon-isolated-on-white-background-94498447.jpg |
| **Pie de imagen** | lo que tus padres pagan por los servicios públicos de tu casa como agua, gas, luz, teléfono, están definidos por funciones |

Las **funciones** son utilizadas para describir relaciones matemáticas, fenómenos físicos, sociales, biológicos, económicos, etc.

Ejemplos:

* Kilómetros recorridos por un carro al paso del tiempo.
* La cantidad de bacterias en un recipiente al trascurrir el tiempo.
* La presión al variar la profundidad del océano.
* El precio de una fruta al variar los meses del año.
* El perímetro de un cuadrado al variar la medida de sus lados.

Como se había dicho anteriormente una función está definida por dos clases de variables, por lo general es la **variable independiente**, y o la **variable dependiente**.

**Variable independiente:** se representa por medio de la letra, y como su nombre lo indica son el conjunto de valores independientes que se puede tomar, se denomina el **dominio.**

**Variable dependiente o imagen:** se representa por medio de la letra o por medio de , sus valores depende de los valores que se le asigne a , también se denomina **codominio** o **recorrido de la función.**

Las funciones se pueden representar por diferentes medios en los cuales se ven representadas las dos variables la independiente y la dependiente algunos ejemplos son:

1. Una Tabla

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

1. Un grafico

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_IMG02 |
| **Descripción** | Grafica de una función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG15_F1.JPG |
| **Pie de imagen** |  |

1. Una expresión matemática en el lenguaje de las matemáticas.
2. Una expresión del leguaje normal:

Cantidad de dinero recibida por el conductor de un bus si el pasaje vale $1800 pesos.

Hasta el momento se ha tratado de describir lo que es una función, pero si se define de una manera formal seria:

Una relación es una **función** si y solo si se cumple que:

1. .

Es decir:

1. La primera condición indica que para todo que pertenezca al conjunto A existe un que pertenece al conjunto B tal que pertenece a la relación que se estableció (existencia).
2. La segunda condición indica que si existe la relación en y existe la relación enentoncesel valor de tiene que ser el mismo valor que tome . (unicidad).

Ejemplos de funciones.

* a todos los valores de se les asigna el valor de 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

* a todos los valores de se le asigna el mismo valor en .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

* todos los valores de se multiplican por 2 y estos serán los valores de .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |

* El consumo de luz tiene un cargo fijo de 3500 pesos y por cada kilowatt consumido se cobrara 250 pesos.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 3500 | 3750 | 4000 | 4250 | 4500 | 4750 | 5000 | 5250 | 5500 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | ¿La relación representa una función? |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá escoger cuales de la situación se puede representar por medio de una función y cuáles no |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * Nicole Oresme (1323- 1382) la primera aproximación al concepto de función. * Galileo Galilei (1564-1642) trabajo el concepto de función de una manera más profunda que Nicole. * Johann Bernoulli, (1667-1748) una función es *“una cantidad formada de alguna manera a partir de cantidades indeterminadas y constantes”.* * Leonhard Euler,(1707-1783) publicó un libro, Introducción al análisis infinito, en el definió función como: *“Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes”.* * Edouard Goursat(1858-1936) dio la definición que hoy en día es la trabajada en los diferentes libros de texto: *“Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un único valor de y”* |

[SECCIÓN 2**] 1.1 función definida a trozos**

Cuando se quiere definir una función hasta el momento se determina con una sola expresión matemática, como , pero existen otras funciones que se pueden definir con más de una expresiones matemáticas dependiendo de los sub conjuntos o tramos del dominio, estas fusiones reciben el nombre de **funciones definidas por trozos** o **función por partes,** a continuación se mostrara como se definen estas funciones por medio de un ejemplo:

Una empresa de mensajería tiene el siguiente listado de precios de envió desde Bogotá a cualquier parte de Colombia el precio varía dependiendo del peso del paquete:

|  |  |
| --- | --- |
| **Peso del paquete en gramos** | **Valor envió** |
| Hasta 200 gramos | 250 pesos |
| Más de 200 gramos y hasta 500 gramos | 500 pesos |
| Más de 500 gramos y hasta 1000 gramos | 1000 pesos |
| Más de 1000 gramos y hasta 2000 gramos | 2000 pesos |

Se puede observar que la **variable independiente** es el peso del paquete y la **variable dependiente**  es el valor del envió, la función que se establece entre el peso del paquete y el valor de envió no se puede representar con una sola expresión matemática, por tal motivo  se puede interpretar de la siguiente manera:

Si el peso es menos o igual a 200 gramos se deberá pagar 250 pesos, pero si el peso es mayor a 200 gramos pero menor o igual a 500 gramos se deberá pagar 500 pesos, pero si el peso es mayor a 500 gramos pero menor o igual a 1000 gramos se deberá pagar 1000 pesos, pero si el peso es mayor a 1000 gramos pero menor o igual a 2000 gramos se deberá pagar 2000 pesos.

En este ejemplo se ve los diferentes trozos, partes o intervalos en que se divide el dominio de la función por eso esta función se define a trozos gráficamente se podría interpretar:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_IMG04 |
| **Descripción** | Grafica función por trozos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG01_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG01\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función definida a trozos peso paquete valor envió |

El círculo al comienzo de los tres últimos intervalos indica respectivamente que 200, 500 y 1000 no se incluyen en ese intervalo si no que hacen parte del anterior.

[SECCIÓN 2**] 1.2 consolidado**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC20 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/13 Refuerza tu aprendizaje: El concepto de función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Quitar del encabezado en las tres preguntas lo que está encerrado en rojo lo demás dejarlo igual      * En la segunda pregunta cambiar el enunciado encerado en rojo por:   Cuáles de los siguientes enunciados se pueden representar por medio de una función, en el caso de que lo sean escribir su expresión matemática y represéntala gráficamente :     * En la tercera pregunta en el enunciado cambiar la plabra encerada en rojo “y pon” por “da”: |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre el concepto de función. |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba lo aprendido sobre el concepto de función. |

SECCIÓN 1**] 2. La representación grafica de funciones**

La **representación gráfica** en el **plano cartesiano** es una de las más usadas para modelar funciones**,** consiste enque acada punto de la función le corresponde dos coordenadas una en y otra en , las coordenada en pertenece al dominio y la coordenada en pertenecen a la imagen.

De una manera más general **La representación grafica de una función** es el conjunto de puntos en el plano cartesiano que representa la función, los puntos son de la forma o la gran mayoría de las funciones se definen en los conjuntos numéricos (,) por tal razón es imposible ubicar todos los puntos que determinan la función ya que son infinitos, por este motivo solo se representan algunos puntos de la función y con ellos se dibuja un gráfico aproximado de la función.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_IMG05 |
| **Descripción** | Grafica de una función en el plano cartesiano |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img2_small.jpg>  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img2_small.jpg |
| **Pie de imagen** | La representación grafica en el plano cartesiano de una función. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Funciones positivas y funciones negativas** |
| **Contenido** | Las funciones pueden tener signo positivo o negativo:   * Una función es positiva cuando su gráfico está por encima del eje X. * Una función es negativa cuando su gráfico está por debajo del eje X. * Algunas funciones tienen tramos positivos y negativos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | Se denominan coordenadas cartesianas en honor a **René Descartes** (1596-1650), utiliza dos rectas perpendiculares entre sí que se cortan en un punto denominado origen. |

**Ejemplo:**

Representar gráficamente , para ello ubicaremos las parejas de coordenadas o en una tabla, como pertenece a los numero reales se le asignaran valores reales a  **el dominio** para encontrar valores reales en o **el recorrido.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 | 4 | -4 |
|  | 1 | 3 | 0 | 5 | -3 | 7 | -5 | 9 | -7 |

Ubicamos estas coordenadas en el plano cartesiana

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_IMG06 |
| **Descripción** | Grafica de la función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG02_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG02\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_04\_CO\_REC30 |
| **Título** | Como graficar una función |
| **Descripción** | Interactivo que explica cómo se puede graficar una función en el plano cartesiano |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC40 |
| **Título** | Cuál es la grafica de la función |
| **Descripción** | Actividad en la cual se relacionara la grafica con su correspondiente función. |

SECCIÓN 2**]2.1 consolidado**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC50 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/14Refuerza tu aprendizaje: La representación de funciones |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Quitar del encabezado en las tres preguntas lo que está encerrado en rojo, lo demás dejarlo igual. |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre la grafica de funciones. |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba lo aprendido sobre la grafica de funciones. |

SECCIÓN 1**] 3. El estudio de una función**

Hasta el momento se han estudiado lo que es una función de manera general, pero para entender de una mejor manera lo que es una función y el fenómeno que puede llegar a describir es necesario realizar un estudio más detallado de:

* El dominio.
* El recorrido.
* Puntos de corte con los ejes.
* Continuidad y discontinuidad.
* El crecimiento y decrecimiento.
* Máximos y mínimos.
* Simetrías

SECCIÓN 2**] 3.1 El dominio**

El **dominio**  de una función se puede simboliza con la letra D o con las letras Dom, se puede describir como todos los valores que puede tomar la variable independiente en la cual la función tiene sentido o está definida, teniendo en cuenta en que conjunto numérico se está trabajando con la función, la gran mayoría de las veces que se trabaja con funciones en matemáticas se trabaja en el conjunto de los números reales, mientras que en situación de la cotidianas se trabaja en el conjunto de los números naturales, enteros o racionales.

Ejemplo 1:

* en el conjunto de los números Reales, observa la gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG07 |
| **Descripción** | Grafica de la función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG03_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG03\_F1 |
| **Pie de imagen** | ¿Qué pasa en ? |

Analiza que pasa con el dominio de esta función. Son todos los números reales excepto -2 ¿Por qué?

Si se remplaza a por la función quedara , la división por 0 no está definido en los reales, por esa razón el dominio de esta función son todos los números reales excepto -2, se puede representar:

Ejemplo 2:

En el conjunto de los números reales observa la gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG08 |
| **Descripción** | Grafica de la función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG04_F1.JPG  I |
| **Pie de imagen** | El dominio son todos los números reales |

El dominio de esta función son todos los números reales, ya que no se encuentra ninguna restricción para los valores de , y se puede representar como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | El dominio y el rango de la función |
| **Descripción** | Interactivo que explica que es y cómo encontrar el dominio y el rango de la función |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC70 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/2Calcula el dominio de una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Quitar del encabezado la palabra encerrada en rojo “calcula” y cambiarla por “encuentra” en las seis preguntas |
| **Título** | Cambiar por: Encuentra el dominio de las funciones |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad para practicar la forma como se encuentra el dominio de las funciones. |

SECCIÓN 2**] 3.2 recorrido**

**El recorrido** o **las imágenes** de una función se pueden simbolizaran con la letra R o con las letras REC, se puede definir como todos los valores que puede tomar la variable dependiente con respecto a los valores que toma la variable independiente que pertenece al **dominio**.

Observa las siguientes cuatro graficas e intenta determinar el recorrido de cada una de las funciones que están representando.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG09 |
| **Descripción** | Grafica de cuatro funciones en el plano cartesiano |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img4_small.jpg  Imagen tomada de: <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img4_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Representación grafica de cuatro funciones con recorridos distintos |

Como puedes observar en la grafica los cuatro recorridos son distintos, en la gráfica uno el recorrido solo toma números positivos y se puede definir como o , en la gráfica dos el recorrido se define entre -3 hasta el infinito y se puede representar como , en la grafica tres el recorrido va desde 1 hasta el infinito y se puede definir como , y el recorrido de la última función según la gráfica son todos los números reales y se puede definir como o .

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC80 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/3Trabaja con el dominio y recorrido de una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * La primera pregunta encerrada en rojo cambiarla por : indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente a la grafica      * La segunda pregunta encerrada en rojo cambiarla por: indica cual es el conjunto que determina el recoorido de la función correspondiente a:      * La tercer pregunta encerrada en rojo cambiarla por : indica cual es el conjunto que determina el recorrido de la función correspondiente a la grafica      * La cuarta pregunta encerrada en rojo cambiarla por: indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente      * La quinta pregunta encerrada en rojo cambiarla por : indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente a la grafica      * La sexta pregunta encerrada en rojo cambiarla por: indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente      * La séptima pregunta encerrada en rojo cambiarla por : indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente a la grafica      * La octava pregunta encerrada en rojo cambiarla por: indica cual es el conjunto que determina el recorrido de la función correspondiente a:      * La novena pregunta encerrada en rojo cambiarla por : indica cual es el conjunto que determina el recorrido de la función correspondiente a la grafica      * La sexta pregunta encerrada en rojo cambiarla por: indica cual es el conjunto que determina el dominio de la función correspondiente |
| **Título** | Cambiar por: encuentra el dominio, recorrido de algunas funciones |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad para identificar el recorrido y el dominio de las funciones |

SECCIÓN 2**]3.3 Los puntos de corte con los ejes**

Como su nombre lo indican **los puntos de corte con los ejes** son los puntos donde la función pasa por al eje y al eje

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG10 |
| **Descripción** | Grafica de la función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img5_small.jpg>  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img5_small.jpg |
| **Pie de imagen** | los puntos de corte con el eje son y , con el eje el punto de corte es |

¿Pero como se encuentran estos puntos de corte con los ejes?

Para encontrar los puntos de corte de cualquier función se realiza los mismos pasos, para describir los pasos de una manera más clara se ejemplificar con la siguiente función :

1. Para saber cuáles son los puntos de corte de la función con el eje se debe buscar el punto o los puntos de coordenadas es decir cuando se remplaza en la función , y se evalúa en este caso el punto de corte con el eje es.
2. Para encontrar los puntos de corte con el eje se busca el o los puntos de coordenada para ello se iguala la función a 0 y se despeja es decir que en este caso despejando a se obtiene que es decir que y en este caso se obtiene dos puntos de corte con el eje , .

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/ 1Qué es una función. Puntos de corte y signo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Dejar solamente en el titulo ¿Qué es una función? |
| **Título** | CAMBIAR POR  ¿Qué es una función? , su representación grafica los puntos de corte y el signo de la función |
| **Descripción** | Interactivo que define qué es una función y cuáles son sus características: gráfica, puntos de corte y signo |

SECCIÓN 2**] 3.4 la continuidad y la discontinuidad**

Una idea intuitiva de **continuidad** en las funciones es que se puede representar gráficamente en el plano cartesiano de un solo trazo sin levantar el lápiz de la hoja, también existen otras funciones que no se pueden representar gráficamente de un solo trazo sino que están compuestas de dos o más trazos estos reciben el nombre de funciones **discontinuas,** cuando se habla de continuidad las funciones deben estar definidas en los números reales, ya que si la función está definida en los naturales, en los enteros o en los racionales las funciones serán **discontinua**  y no habla necesidad de analizarlas para determinar si son continuas o no, en el siguiente cuadro encontramos las gráficas de cuatro funciones dos de ellas son continuas , las otras dos son discontinuas .

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG11 |
| **Descripción** | Grafica cuatro funciones |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img6_small.jpg  <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img6_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Funciones continuas, funciones discontinuas. |

La mayoría de problemas de discontinuidad se presentan por las siguientes causas:

* Las funciones no están definidas en un punto ejemplo de ello es la función .
* La función hace un salto en algún punto. En ese caso, decimos que el punto donde se interrumpe el gráfico es un punto de discontinuidad puede ocurrir que la función, no esté definida en ese punto, o si este definida, pero toma distintos valores a la izquierda y a la derecha. Un ejemplo de este último caso es la función  donde para x = 2 la función vale 3, pero para x = 2,1 la función vale 5,9.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La continuidad y discontinuidad** |
| Contenido | * Se dice que una función es continua si se puede representar gráficamente con un solo trazo. * Una función es continua en un intervalo cuando lo es en todos los puntos de dicho intervalo. * Si la gráfica de la función no se puede representar por medio de un solo trazo la función es discontinua. * La discontinuidad puede ser de dos tipos:   1. Cuando la función no está definida en un punto o en más de un punto.   2. Cuando la función adquiera valores distintos por derecha o por izquierda en un mismo punto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC100 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/7 Practica con la continuidad y discontinuidad |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Cambiar en las 10 preguntas el enunciado encerrado en rojo por: Indica en que valores de hay discontinuidad en la función representada en la siguiente grafica . |
| **Título** | Cambiar por: identifica la continuidad y la discontinuidad de las funciones |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad para practicar la identificación de la continuidad y la discontinuidad de las funciones |

SECCIÓN 2**] 3.5 El crecimiento y decrecimiento de una función**

El comportamiento de definida en su dominio cuando los valores van aumentando puede ser **creciente**, **constante** o **decreciente,** este comportamiento se puede dar en todo su dominio, o combinarse, es decir que en algunos intervalos del dominio puede ser creciente o en otros intervalos puede ser decreciente o en otros intervalos constante.

**Funciones crecientes:** cuando se incrementa los valores de la variable independiente se incrementa también los valor de la variable dependiente , es decir dada la función y valores del dominio la función seré creciente si: entonces .

**Función decreciente:** cuando se incrementan los valores de la variable independiente disminuyen los valores de la variable independiente , es decir dada la función y valores del dominio la función seré decreciente si: entonces .

**Función constante:** cuando se incrementa los valores de la variable independiente los valores de la variable dependiente no Varían, es decir dada la función y valores del dominio la función seré constante si: entonces .

Algunas funciones, como las lineales, son siempre crecientes, decrecientes o constantes, en general, las funciones no son totalmente crecientes, decrecientes o constantes, sino que presentan tramos o intervalos donde crecen, otros donde decrecen, otros donde son constantes.

Para estudiar el crecimiento o decrecimiento de las funciones, debemos analizar sus gráficos y observar qué ocurre con el valor de  o  a medida que aumenta el valor de . Observa los gráficos de las siguientes funciones:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG12 |
| **Descripción** | Grafica cuatro funciones |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img7_small.jpg  <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img7_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica cuatro funciones creciente, decreciente, creciente decreciente, decreciente creciente |

**E**.  Representa una función lineal: cuando aumenta el valor de x, se incrementa el valor de y.  Esa función es creciente, ya que si se observa el gráfico de izquierda a derecha, la recta va subiendo.

**F.**  Representa una función lineal, pero en este caso cuando aumenta el valor de , disminuye el valor de   es una función decreciente. Ya que si se observa el gráfico de izquierda a derecha, la recta va baja.

**G.**  Representa una función con tramos crecientes y tramos decrecientes. En este caso, la función es:

* + Creciente en el intervalo
  + Decreciente en el intervalo

**H.** Representa una función con tramos crecientes y tramos decrecientes. En este caso, la función es:

* Decreciente en el intervalo es decir, para
* Creciente en el intervalo es decir, para

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC110 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/ 5El crecimiento y el decrecimiento de una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * En la segunda diapositiva cambiar las palabras encerrada en rojo que dicen “diríais que es ” por “qué puedes decir “      * En la cuarta diapositiva cambiar las palabras encerrada en rojo que dicen “ si miramos la curva de izquierda a derecha ¿ diríais” por “si observas la curva de izquierda a derecha ¿Qué puedes decir “ |
| **Título** | El crecimiento y el decrecimiento de una función |
| **Descripción** | Interactivo que muestra como se presenta el crecimiento y el decrecimiento de las funciones |

SECCIÓN 2**] 3.6 máximos y mínimos**

Los puntos donde una función pasa de decreciente a creciente recibe el nombre de **mínimos**, el mínimo en el cual el valor de la función es menor a todo los demás valores de la función se le denomina **mínimo absoluto.**

Los puntos donde la función pasa de creciente a decreciente se llaman Los **máximos**, el máximo en el cual el valor de la función es mayor a todos los demás valores de la función se le denomina **máximo absoluto.**

**Ejemplo 1:**

* La función  ,para encontrar los máximos y mínimos se debe apoyar en su representación gráfica, en ella se observa tres tramos diferenciados de crecimiento y decrecimiento:
* Cuando x < 1, la función es creciente:
* Cuando la función es decreciente:
* Cuando , la función vuelve a ser creciente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG13 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img10_small.jpgç>  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img10_small.jpg |
| **Pie de imagen** |  |

Cuando *x* = 1, la función pasa de creciente a decreciente, entonces la función presenta un **máximo relativo**, el valor de la función en este punto supera a los de los puntos más próximos. De forma análoga, en *x* = 5 la función presenta un **mínimo relativo**, pasa de decreciente a creciente.

Ejemplo 2:

La función , se encuentran dos tramos diferenciados de crecimiento y decrecimiento:

* Cuando *x* < 0, la función es decreciente: (−∞, 0).
* Cuando *x* > 0 la función es creciente: (0, +∞).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG14 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img11_small.jpg>  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img11_small.jpg |
| **Pie de imagen** | , |

Cuando   es menor que la de cualquier otro valor del dominio. Cuando esto ocurre, se dice que la función alcanza un **mínimo absoluto** en  que es .

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC120 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/6 Opera con máximos y mínimos en una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * En la pregunta nueve cambiar las opciones dos y tres de respuesta debido a que se repiten cambiarlas respectivamente por y |
| **Título** | Cambiar por: ejercicios con máximos y mínimos de funciones |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad para ejercitar el cálculo de los máximos y los mínimos en las funciones |

SECCIÓN 2**] 3.7 La simetría par o impar**

Otra clasificación que se puede establecer con las funciones y su grafica es la simétrica con respecto al eje Y o respecto al origen (0,0) o que no se asimétrica ni al eje Y ni al origen.

* Una función  es simétrico respecto al eje Y si se cumple que:

En ese caso la función es **simétrica  par.** Cualquier función polinómica que solo tenga términos de grado par es una función par.

* Una función  es simétrico respecto (0, 0) si se cumple:

En ese caso, la función es **simétrica  impar.** Cualquier función polinómica con solo términos de grado impar es una función impar.

* Una función es no simétrica si cumple que y

Ejemplos:

* la función  presenta **simetría par**, ya que se cumple:

, Para todo su dominio.

* La función  presenta **simetría impar,** ya que se cumple:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG15 |
| **Descripción** | Grafica función par e impar |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img13_small.jpg  <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12550/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_06_img13_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | simétrico(par) respecto al eje Y, simétrico(impar) al origen (0,0) |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/9 Clasifica funciones según su simetría |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * En el encabezado cambiar “clasificar las siguientes funciones según sean simétricas pares, simétricas impares o no simétricas” por “clasifica las siguientes funciones desacuerdo a si son simétrica par, simétrica impar o no simétrica. |
| **Título** | Clasifica funciones según su simetría |
| **Descripción** | Actividad que permite clasificar entre los tipos de funciones según su simetría |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC140 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/10Practica con la simetría de funciones |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Eliminaros las preguntas 1 y 5 por que trata de funciones trigonométricas.  Pregunta 1:  Pregunta 5: |
| **Título** | Cambiar por: Qué simetría cumple la función |
| **Descripción** | Actividad que permite escoger las simetrías que cumple cada función. |

SECCIÓN 2**] 3.8 consolidado**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_CO\_REC150 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/15Refuerza tu aprendizaje: El estudio de una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Quitar del encabezado en todas las preguntas lo que está encerrado en rojo.      * En la pregunta uno cambiar lo que esta encerrado en rojo por: Explique que es el dominio como se puede calcular, que el rango o recorrido y como se puede calcular.      * En la pregunta seis cambiar lo que esta encerado en rojo por: Explica que son las funciones crecientes, funciones decrecientes, la siguiente función de la imagen es simétrica impar o par o ninguna, justifica tu respuesta      * Las preguntas 7 y 8 eliminarlas |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre el estudio de las funciones. |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba lo aprendido sobre el estudio de las funciones. |

SECCIÓN 1**] 4. Funciones compuestas**

Con las funciones se puede definir una operación de la siguiente manera: dadas dos funciones se llama **función compuesta** de con aquella función en la que la imagen de se obtiene aplicando sucesivamente las dos funciones, primero la función y después la función , matemáticamente se representa de la siguiente manera .

Para que se entienda de una mejor manera observa el siguiente ejemplo

Ejemplo:

Si se tiene las funciones:

Encontrar y



A continuación se encontrara la grafica de cada función y

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG16 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG05_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG05\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG17 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG06_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG06\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG18 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG07_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG07\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG19 |
| **Descripción** | Grafica función |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG08_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG08\_F1 |
| **Pie de imagen** | Grafica |

SECCIÓN 2**] 4.1 propiedades de la función compuesta**

La operación composición de funciones cumple las siguientes propiedades:

* **Asociativa:**

Ejemplo:

* **no es conmutativa**

Ejemplo:

**SECCIÓN 2] 4.2 consolidado**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC160 |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre funciones compuestas. |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba lo aprendido sobre las funciones compuestas. |

SECCIÓN 1**] 5. La función inversa**

Para todas las funciones que son [biyectiva,](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_biyectiva) es decir que a todos los elementos del conjunto de salida **A dominio** le corresponde un único elemento del conjunto de llegada **B codominio,**  existe otra función llamada **función inversa o reciproca de**  que le asignara a los elementos del conjunto B elementos del conjunto A, es decir que el conjunto que era el **codomino** de la función será el **dominio** de la función y el conjunto que era el **dominio** de la funciónserá el **codominio** de la función , de una manera formal la definición es:

Sea la función biyectiva cuyo dominio sea el conjunto A y cuyas imágenes sean el conjunto B, entonces la función inversa o reciproca de , se denotara como cuyo dominio será el conjunto B y sus imágenes serán el conjunto A, es decir:

Estas funciones cumplen que y es decir que su composición generan la función idéntica

Las dos graficas de las funciones son simétricas con respecto a la grafica de la función .

¿Cómo encontrar la función inversa de una función dada? Se deben seguir los siguientes pasos:

Paso 1: despejar la variable independiente es decir a en la función.

Paso 2: intercambiar en la nueva función por y por .

Ejemplo:

* Encuentre la función inversa de

Paso 1:

Paso 2:

La función inversa de es

Estas dos funciones deben cumplir que y

Y las graficas de y deben ser simétricas a observa las tres graficas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG20 |
| **Descripción** | Grafica tres funciones en el mismo plano. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 4\imagenes guion 4\MA_S1_04_IMG09_F1.JPG  Imagen creada MA\_S1\_04\_IMG09\_F1 |
| **Pie de imagen** | y |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Si la función no es biyectiva** |
| Contenido | Cuando la función no es biyectiva se puede encontrar la función inversa de una parte de la función original donde es biyectiva.  Ejemplo  Si se tiene la función , se tomaran solo los valores de , la función inversa de es |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_04\_CO\_REC170 |
| **Título** | Funciones compuestas y función inversa |
| **Descripción** | Interactivo que explica que son las funciones compuesta |

[SECCIÓN 14**] 2.5 consolidado**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC180 |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre la función inversa |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba lo aprendido sobre la función inversa. |

[SECCIÓN 15] **3 Ejercitación y competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC190 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/16 Competencias: estudio de la gráfica de una función |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * CAMBIAR LA INSTRUCCIÓN **INICIAL** encerrada en rojo POR: Realiza la actividad. Cuando termines, haz clic en Enviar.      * Cambiar las funciones del punto uno que están enceradas en rojo por las que están al frente encerradas en negro. |
| **Título** | Competencias: estudio de la gráfica de una función |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad que para el desarrollo de las destrezas para aprender a dibujar funciones con el programa Geogebra y estudiar sus características |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC200 |
| **Título** | Situaciones problemas con funciones |
| **Descripción** | El recurso pone a prueba las habilidades para solucionar problemas utilizando los conceptos de función |

[SECCIÓN 16] **Fin de tema**

Mapa conceptual del concepto Conjuntos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_31\_CO\_REC210 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre los números complejos. |

Evalúa tus conocimientos sobre el tema Números complejos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_04\_CO\_REC180 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/matemáticas/las funciones /recursos del tema/18evaluaión |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * Cambiar la pregunta 4 que dice:” cuál es la tasa de variación media en el intervalo [-1,1] de la función f(x)”, por “cuál es la función inversa de:     Las respuestas son:       * Anexar una pregunta más que dice: si y encuentre   Las posibles respuestas son: |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Cambiar por: Actividad que permite evaluar los conocimientos del estudiante sobre el tema funciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC220 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | LE\_G08\_01\_CO\_REC250 | |
| **Web 01** | Trata de la operaciones de números complejos forma binomial | <http://www.vadenumeros.es/primero/complejos-en-forma-binomica.htm> |
| **Web 02** | Trata de los complejos y sus principales características | <http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_complejo> |
| **Web 03** | Trabajo sobre la relación de los complejos con los fractales | <http://es.slideshare.net/Samara/f-r-a-c-t-a-l-e-s> |